# 二次関数の平行移動・対称移動

## 統合教材パック（全 3 問）

**このパックで身につけること**

- 式を平方完成して頂点形を読み取り、平行移動量（x 方向・y 方向）を即座に求められる
- $x$ 軸対称・$y$ 軸対称・原点対称の 3 種を「どの変数の符号を換えるか」で統一的に扱える
- 合成変換では変換の順序が結果を変えることを、1 ステップずつ追って確認できる

## 収録問題

| 問題 | 内容 | 難易度 |
|---|---|---|
| 問 1：平行移動 | $y = x^2 - 6x + 11$ の移動量・さらに平行移動 | 標準 |
| 問 2：対称移動 | $y = x^2 + 4x - 1$ の x 軸・y 軸・原点対称 | 標準 |
| 問 3：合成変換 | $y = x^2 - 4x + 3$ の変換順序による結果の違い | 標準 |

## 使い方

1. 「解法の流れ」を読み、問題を自力で解いてみる
2. 模範解答（左段）と照合し、答案の書き方を確認する
3. 意味説明（右段）で「なぜその操作か」を言語化する

問 3 は順序 A と順序 B を横に並べて比較する構成になっている。「どちらが先か」を追うことで合成変換のミスを防ぐ思考習慣が身につく。

# 統合教材：平行移動・対称移動（平行移動）

統合教材

トピック: 二次関数の平行移動・対称移動難易度: 標準

## 問題

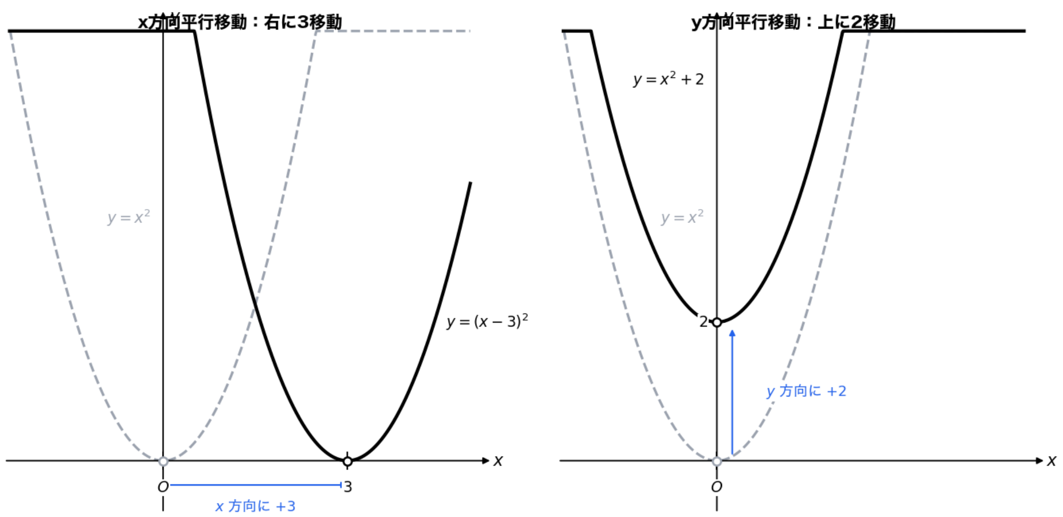
放物線 $y = x^2 - 6x + 11$ について答えよ。
（1）この放物線はどの放物線をどのように平行移動したものか。移動量（x 方向・y 方向）を求めよ。
（2）さらに $x$ 軸方向に $-2$、$y$ 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線の式を求めよ。

## 解法の流れ

- 式を平方完成して頂点形 $a(x-p)^2 + q$ にする
- 頂点 $(p, q)$ を読めば「$y = ax^2$ を x 方向に $p$、y 方向に $q$ 移動した放物線」とわかる
- さらに移動するときは頂点を $(p + \Delta x,\ q + \Delta y)$ にずらして式を書く

## 方針

「平行移動」は「$x$ を $x - p$ に換え、全体に $q$ を加える」操作。右に $p$ 動かすのに引き算になるのは、「$x - p = 0$、すなわち $x = p$ を頂点にする」という置き換えの意味による。平方完成で頂点形を読み取れば、移動量は一目でわかる。



## 模範解答

**【平方完成の意味】**
頂点形 $(x-3)^2+2$ の頂点は $(3,\ 2)$。「$x=3$ のとき $x-3=0$ で最小値 2 をとる」という形が読める。
頂点が $(0,0)$ から $(3,2)$ に移動したことを意味する。

### (1) 移動量を求める

$y=x^2-6x+11$ を平方完成する。

$$y=(x-3)^2-9+11=(x-3)^2+2$$

これは $y=x^2$ を $x$ 方向に 3、$y$ 方向に 2 だけ平行移動した放物線である。

**【重ねて移動するとき】**
放物線の形（$x^2$ の係数）は変わらない。
頂点の座標だけが移動量分ずれる。
「頂点を動かして式を書き直す」手順が最もミスが少ない。
$(1,3)$ が新しい頂点なので $y=(x-1)^2+3$ と即座に書ける。

### (2) さらに平行移動する

頂点 $(3,\ 2)$ を $x$ 方向に $-2$、$y$ 方向に 1 だけ動かすと

$$(3+(-2),\ 2+1)=(1,\ 3)$$

よって求める放物線は

$$y=(x-1)^2+3=x^2-2x+4$$

# 統合教材：平行移動・対称移動（対称移動）

統合教材

トピック: 二次関数の平行移動・対称移動難易度: 標準

## 問題

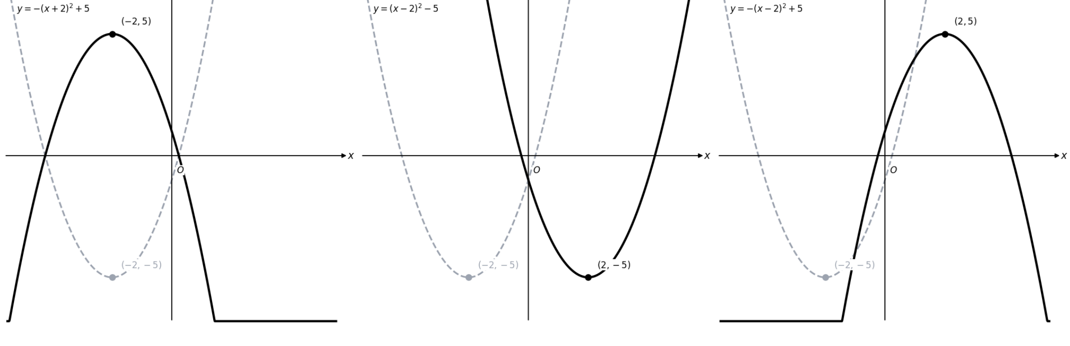
放物線 $y = x^2 + 4x - 1$ に対して、次の各対称移動後の放物線の式を求めよ。
（1）$x$ 軸に関して対称
（2）$y$ 軸に関して対称
（3）原点に関して対称

## 解法の流れ

- 式を平方完成して頂点形にする（頂点の移動先を確認するため）
- x 軸対称: $y$ を $-y$ に換える → $y = -f(x)$
- y 軸対称: $x$ を $-x$ に換える → $y = f(-x)$
- 原点対称: $x,\ y$ 両方を反転 → $y = -f(-x)$

## 方針

対称移動は「対称軸（または対称点）を挟んで各点を裏返す」操作。x 軸対称は y 座標の符号を反転させ、y 軸対称は x 座標の符号を反転させる。原点対称は両方同時に反転。式の操作では「どの変数の符号を換えるか」だけを覚えれば 3 種すべてに対応できる。



## 模範解答

$y = x^2 + 4x - 1 = (x+2)^2 - 5$、頂点は $(-2,\ -5)$。

**【x 軸対称の意味】**
x 軸を挟んで上下に裏返す操作。グラフ上の点 $(a, b)$ が $(a, -b)$ に移る。
下に凸の放物線が上に凸になり、頂点の y 座標だけ符号が変わる。

**(1) x 軸対称**（$y$ を $-y$ に換える）

$$-y = (x+2)^2 - 5$$
$$\therefore\ y = -(x+2)^2 + 5$$

頂点 $(-2,\ -5) \to (-2,\ 5)$（y 座標の符号が反転）。

**【y 軸対称の意味】**
y 軸を挟んで左右に裏返す操作。点 $(a, b)$ が $(-a, b)$ に移る。
$-x$ を代入すると $(-x+2)^2 = (x-2)^2$ となり、頂点の x 座標だけ符号が変わる。

**(2) y 軸対称**（$x$ を $-x$ に換える）

$$y = (-x+2)^2 - 5 = (x-2)^2 - 5$$

頂点 $(-2,\ -5) \to (2,\ -5)$（x 座標の符号が反転）。

**【原点対称の意味】**
原点を中心に $180^\circ$ 回転させる操作。点 $(a, b)$ が $(-a, -b)$ に移る。
x 軸対称と y 軸対称を続けて行うことと同じ。頂点の両座標の符号が反転する。

**(3) 原点対称**（$x \to -x,\ y \to -y$）

$$-y = (-x+2)^2 - 5 = (x-2)^2 - 5$$
$$\therefore\ y = -(x-2)^2 + 5$$

頂点 $(-2,\ -5) \to (2,\ 5)$（x・y 両座標の符号が反転）。

 統合教材

# 統合教材：平行移動・対称移動（合成変換）

統合教材

トピック: 二次関数の平行移動・対称移動難易度: 標準

## 問題

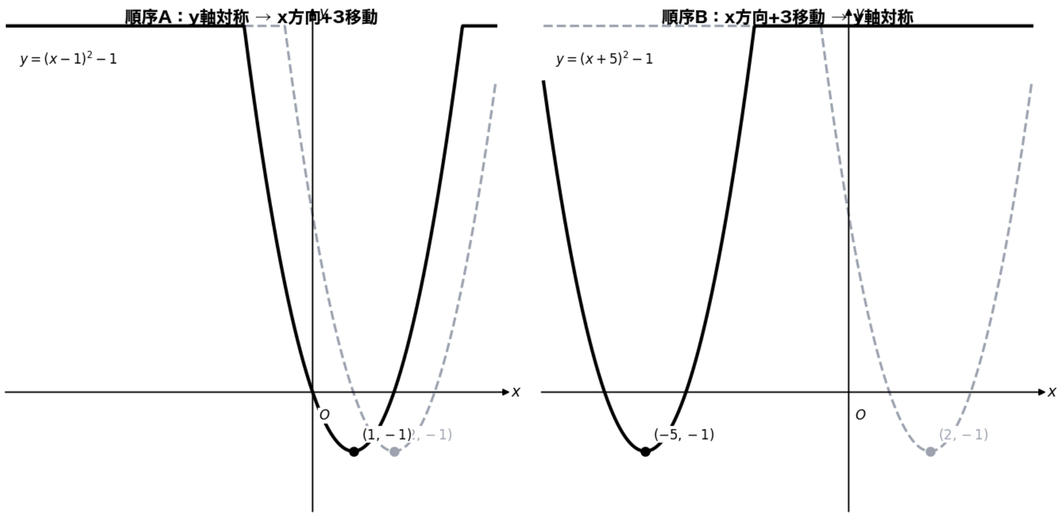
放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ に対して、次の各変換後の式を求めよ。
（1）$y$ 軸に関して対称移動してから、$x$ 軸方向に 3 だけ平行移動する。
（2）$x$ 軸方向に 3 だけ平行移動してから、$y$ 軸に関して対称移動する。
（1）と（2）の結果を比べ、変換の順序が結果に影響することを確認せよ。

## 解法の流れ

- 式を平方完成して頂点形にする
- 各ステップを「x の置き換え」として 1 つずつ順番に適用する
- 最後に（1）と（2）の式・頂点を比較する

## 方針

「2 つの変換を順番に行う」合成変換では、変換の順序が結果を変える。「先に y 軸対称してから x 方向移動」と「先に x 方向移動してから y 軸対称」は一般に異なる。それぞれを x の置き換えとして丁寧に追えばミスなく計算できる。



## 模範解答

$y = x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$、頂点は $(2,\ -1)$。

**【順序 A の流れ】**
y 軸対称で頂点が $(2, -1) \to (-2, -1)$ と左右反転。
そのあと x 方向に $+3$ 移動するので、$-2 + 3 = 1$ となり頂点は $(1, -1)$。
「反転してから右にずらす」ので最終位置は正の側に留まる。

### (1) y 軸対称 → x 方向 +3 移動

Step 1: y 軸対称（$x$ を $-x$ に換える）

$$y = (-x-2)^2 - 1 = (x+2)^2 - 1$$

頂点 $(2, -1) \to (-2, -1)$。
Step 2: x 方向に 3 移動（$x$ を $x-3$ に換える）

$$y = (x-3+2)^2 - 1 = (x-1)^2 - 1$$

頂点 $(-2, -1) \to (1, -1)$。

**【順序 B の流れ】**
先に x 方向に $+3$ 移動して頂点が $(5, -1)$。
その後 y 軸対称で $5 \to -5$ と反転するので、頂点は $(-5, -1)$。
「右にずらしてから反転」すると、ずれが逆方向に現れる。

### (2) x 方向 +3 移動 → y 軸対称

Step 1: x 方向に 3 移動（$x$ を $x-3$ に換える）

$$y = (x-3-2)^2 - 1 = (x-5)^2 - 1$$

頂点 $(2, -1) \to (5, -1)$。
Step 2: y 軸対称（$x$ を $-x$ に換える）

$$y = (-x-5)^2 - 1 = (x+5)^2 - 1$$

頂点 $(5, -1) \to (-5, -1)$。

| 変換順序 | 式 | 頂点 |
|---|---|---|
| （1） | y 軸対称 → x 方向 +3 | $y = (x-1)^2 - 1$ |
| （2） | x 方向 +3 → y 軸対称 | $y = (x+5)^2 - 1$ |

（1）$\neq$（2)。変換の順序を変えると結果が異なる。